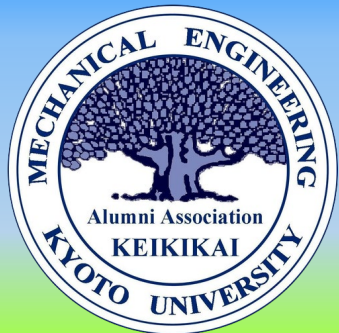




京機短信

KEIKI short letter

No.410 2025.11.5

京機会(京都大学機械系同窓会)

tel. & fax. 075-383-3713

E-Mail: jimukyoku@keikikai.jp

URL: <https://keikikai.jp>

編集責任者 京機短信編集委員会

目次

- ・ 熱水タービン開発の思い出(後編)……藤川卓爾 (pp. 2 – 20)
- ・ 潮汐バルジ、地球と月の運動……新田敏夫 (pp. 21 – 28)
- ・ 明石研・熊本研同窓会開催報告……岡田吉生、西原 修 (p. 29)



百周年時計台記念館

2012(平成24)年11月撮影

写真で見る京都大学

<https://www.kyoto-u.ac.jp/ja/about/facilities/photo/list/autumn>

熱水タービン開発の思い出（後編）*

Memories of Hot Water Turbine Development – Part 2

藤川卓爾（S42/1967卒）

転載元：火力原子力発電技術協会、
「火力原子力発電」、Vol. 76, No. 826,
pp. 33 – 45, (2025 - 8)

4. 試験用熱水タービン

ローレンス・リバモア研究所のトータルフロータービンの情報はあったものの、本当に熱水でタービンが回るのか？ 振動が出るのではないかと？ エロージョンでブレードがボロボロになるのではないかと？ などという疑問があった。

そこで、試験用蒸気タービンを改造して熱水タービンとして、実際に熱水で回してみることにした。

図10に試験用熱水タービンの組立図、図11に翼関係図を示す。ノズルは直線ラバールノズルを採用した。動翼は通常の衝動タービンの動翼を使用した。図12に100kW熱水タービン試験装置の系統図を示す。

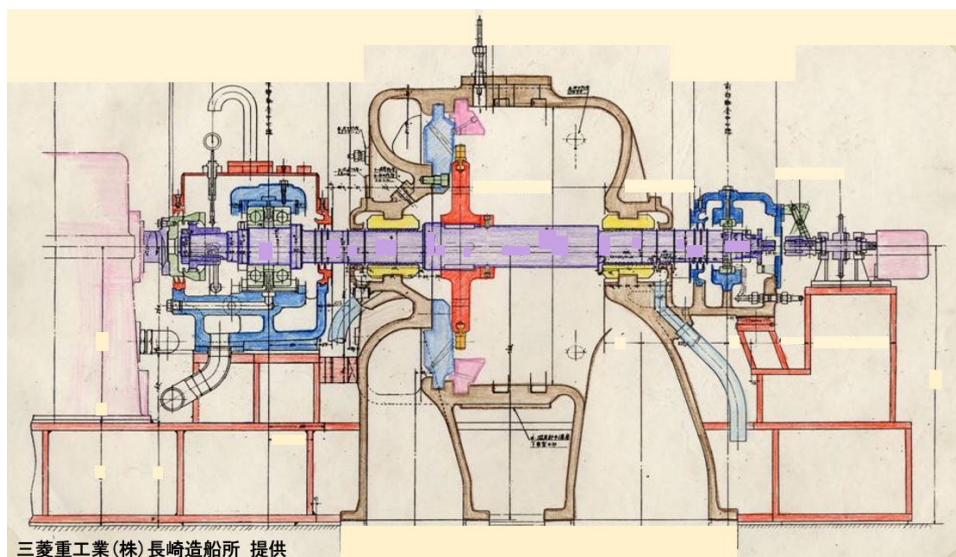


図10 試験用熱水タービン断面図

* 短信編集委員会より：火力原子力発電技術協会により、同協会刊行の「火力原子力発電」から転載が許可されています。今月号については後半を掲載させていただきます。

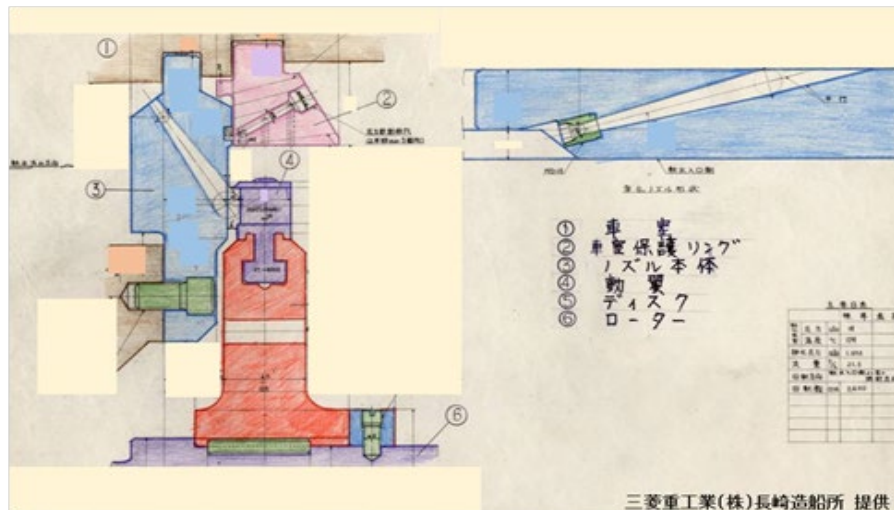


図11 試験用熱水タービン翼関係図

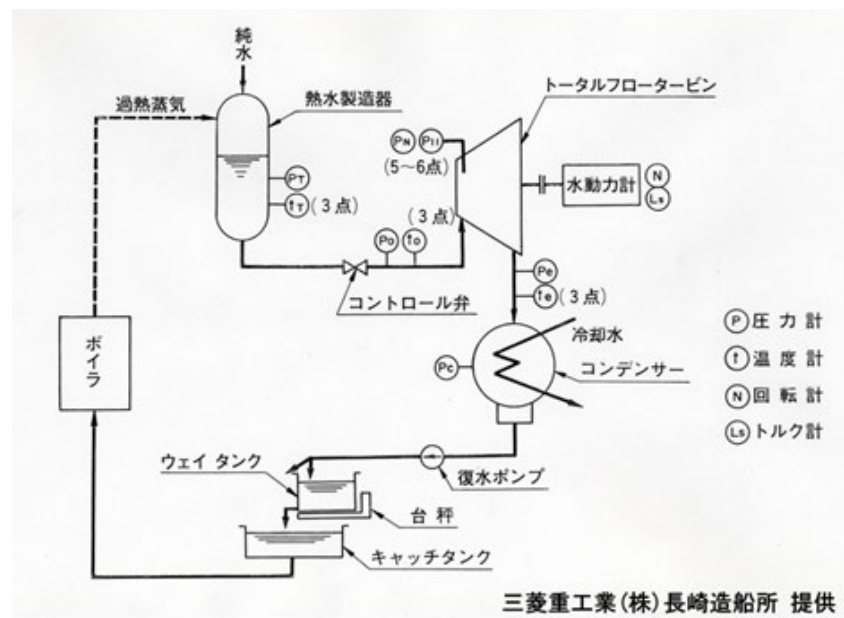


図12 100kW熱水タービン試験装置系統図

実際に熱水タービンを動かしてみると、「案ずるより産むが易し」で、熱水タービンは振動もなくスムーズに回った。また、短時間の運転ではエロージョンの兆しは見られなかった。これで一安心したが、性能が悪かった。熱水タービンの内部効率は25%であった³⁾。

そこで、熱水タービンの要素別の単独試験を実施した。

(1) ノズル単独試験⁴⁾

まず、ノズル単独試験を実施した。図13に低圧ラバーノズル、高圧ラバーノズルの断面図を示す。図14にノズル単独試験装置の系統図を示す。写真2に低圧、高圧ノズル単独試験の状況を示す。低圧ではノズルを出た噴流が広がってい

るが、高圧では噴流の広がりが少ない。

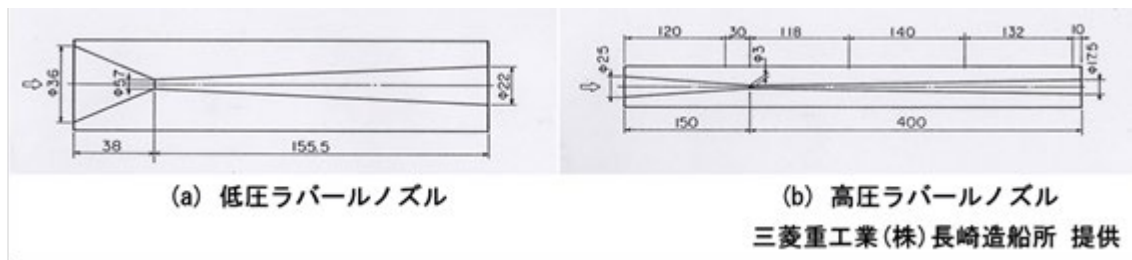


図13 ラバールノズル

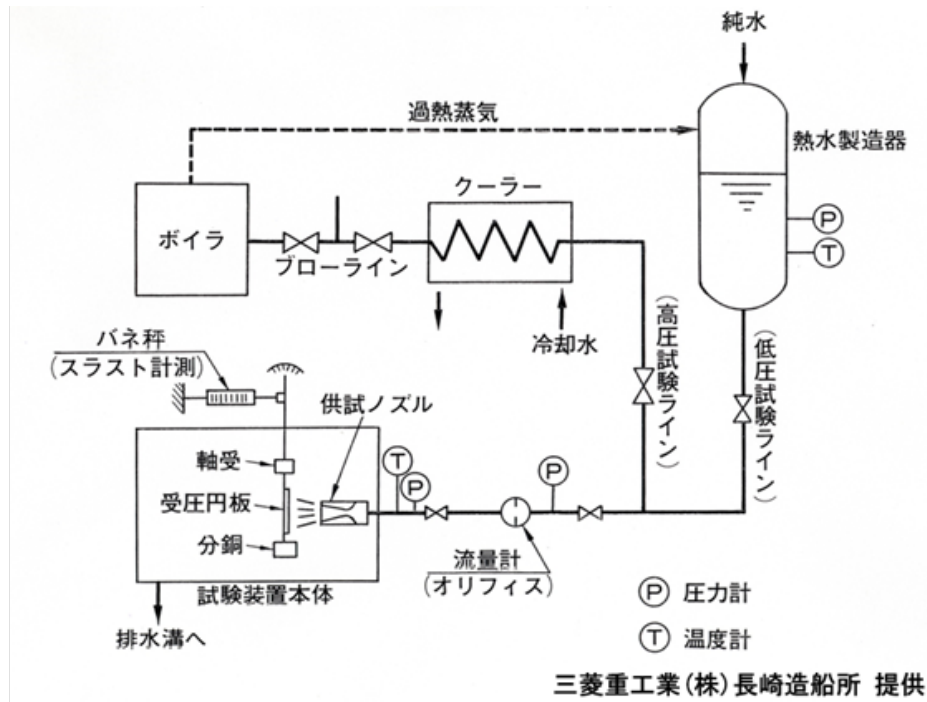


図14 ノズル単独試験装置系統図



写真2 ノズル単独試験状況

ノズル性能の評価方法は下記のように、ノズルスラスト係数 C_t で評価した。

$$C_t = F / (m \cdot C_0)$$

ここに、

F : ノズルジェットのスラスト力

m : 質量流量

C_0 : ノズル理論流出速度

図15にノズル単独試験結果を示す。ノズルスラスト係数 C_t はノズル入口圧力によって変化する。ノズル入口圧力が1MPaの時は $C_t \approx 0.6$ と低い、ノズル入口圧力が4MPaになると $C_t \approx 0.9$ と高くなる。ノズル入口圧力によって C_t が変化する傾向はソ連の文献データにも見られる。また、図16に示すような多孔板付ノズルを用いるとノズル入口圧力が低いところでもノズルスラスト係数 C_t が少し改善される。

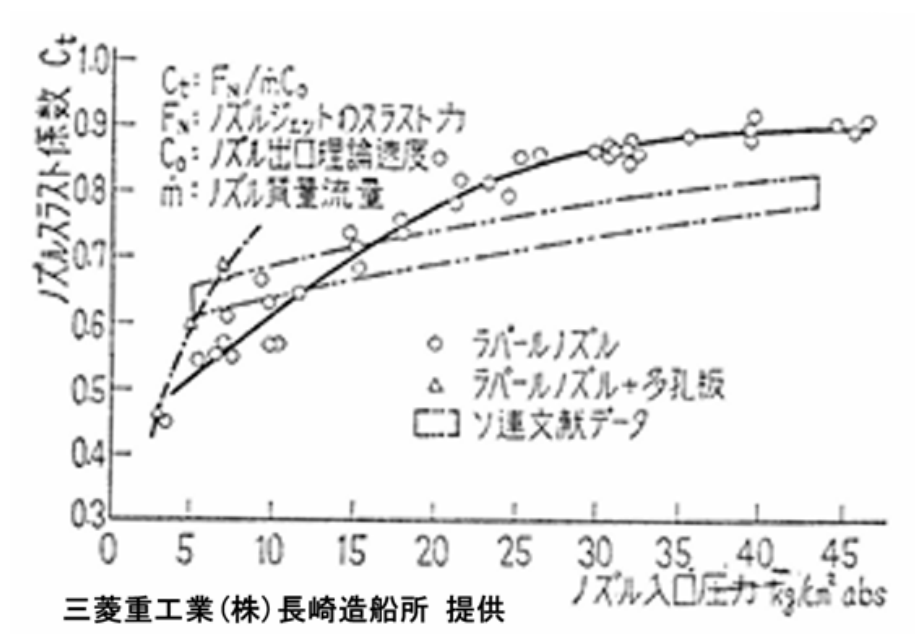


図15 ノズル単独試験結果

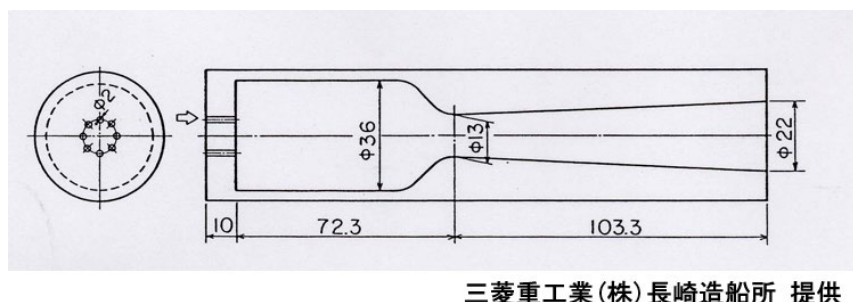


図16 多孔板付ラバーノズル

試験用熱水タービンの性能は悪かったが、この時のノズル入口圧力は1MPaだった。図15より、ノズル入口圧力を4 MPaに高めればノズルスラスト係数が高くなり、熱水タービンの効率も向上すると推定された。

(2) 動翼単独試験⁵⁾

次に、ノズルの後に複数の動翼を置いて、動翼単独試験を実施した。図17に動翼単独試験装置の系統図を示す。

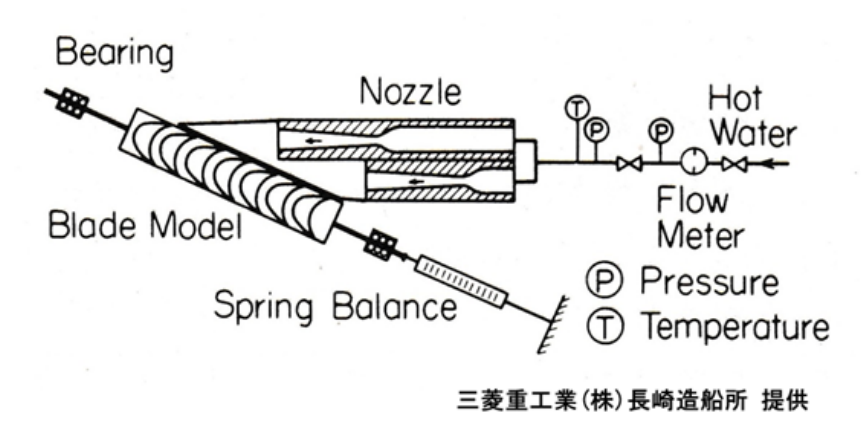


図17 動翼単独試験装置系統図

動翼性能の評価方法は下記のように、動翼係数 C_B で評価した。

$$C_B = F_B / (C_t \cdot m \cdot C_0)$$

ここに

F_B : 動翼が受ける回転方向の力

C_t : ノズルスラスト係数

m : 質量流量

C_0 : ノズル理論流出速度

図18に動翼単独試験結果を示す。動翼係数はノズル入口圧力が高くなると僅かに向上する。また、ノズル入口圧力が高くなると動翼幅の効果が現れ、動翼幅が大きい場合は動翼係数が僅かに大きくなる。

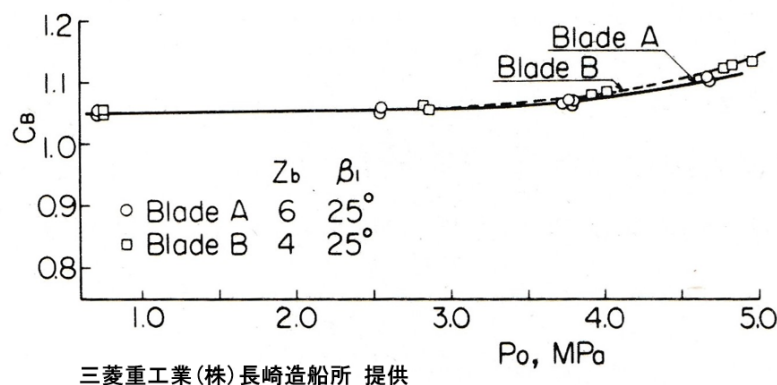


図18 動翼単独試験結果

5. 熱水発電プラントの計画と熱水タービンの設計製作

図19に若松熱水発電プラントの系統図を示す。熱水タービンの前にアキュムレーターを設置し、アキュムレーターの入口に設けた熱水温度制御弁によって、熱水温度が一定になるように熱水流量を制御する。定格条件での熱水流量は約138トン/hである。アキュムレーター内部、すなわち熱水タービン入口の条件は248℃の飽和熱水とした。熱水タービンの出口圧力を0.6MPaとして、排気のうちの蒸気をフラッシュ蒸気タービンに導入する。熱水タービンの排気の乾き度は約19%である。排気のうちの熱水はさらに0.2MPa、0.1MPa、0.05MPaの3段階にフラッシュさせて発生したフラッシュ蒸気をフラッシュ蒸気タービンの途中の段落に導入する。

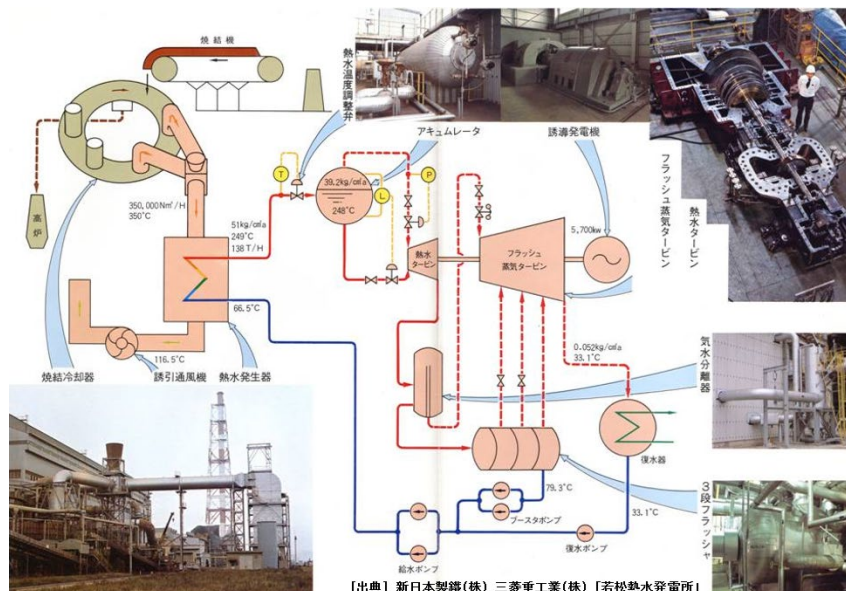


図19 若松熱水発電プラント系統図

熱水発電プラントの定格出力は5,700kWである。内訳は熱水タービンが約700kW、フラッシュ蒸気タービンが約5,000kWである。フラッシュ蒸気タービンは熱水タービン排気からの蒸気だけでは約3,500kWの出力であるが、3段階のフラッシュによって約1,500kWの出力増分を得ている。このようにして排熱の有するエネルギーを最大限に利用している。

図20に熱水/フラッシュ蒸気タービンの膨張線図を示す。熱水タービンは飽和水線の側、フラッシュ蒸気タービンは飽和蒸気線の側にある。

図21に開発初期の最初の熱水タービンの構想図を示す。熱水タービンの排気・排熱水の汽水混合流体を従来から地熱発電で実績がある縦型遠心式汽水分離器で

蒸気と熱水に分離して、蒸気をフラッシュ蒸気タービンに導入することを考えたが、新しいことが好きな上司が「それでは面白くないので、熱水タービンの中で汽水分離ができるようにしよう」と言い出した。

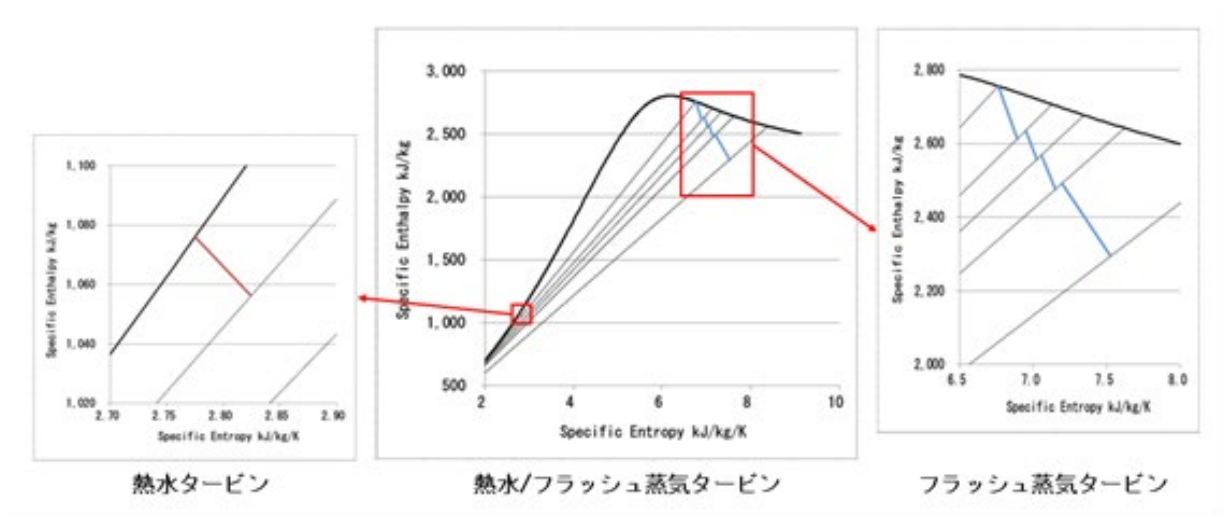
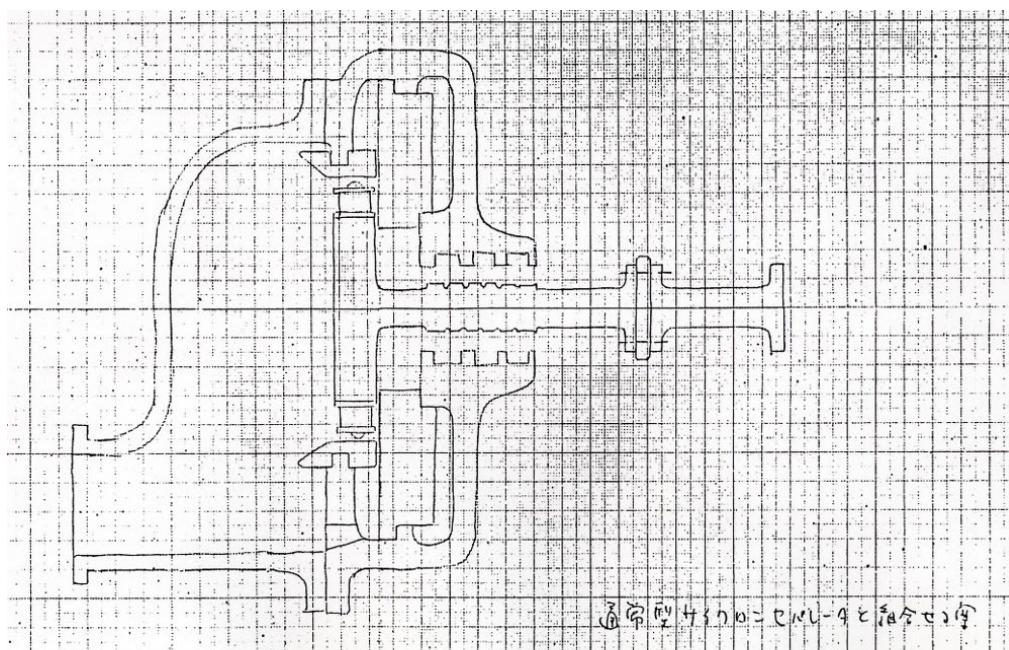


図20 熱水/フラッシュ蒸気タービン膨張線図



三菱重工業(株)長崎造船所 提供

図21 最初の熱水タービンの構想図

図22のような湿水分離機構を内蔵した熱水タービンを考えたが、これは余りにも大胆過ぎるとして、車室の排気室に湿水分離器を設置することを考えた。湿水分離器としてワイアメッシュを用いると流速を1m/s以下にする必要があるので排気室が大きくなる。図23に示すように排気室が大きくなると、軸受解放時に作

業性が悪くなる。湿分分離器としてワイアメッシュの代わりにコルゲートプレート（波板）を用いると流速が3m/sまで上げられるとの情報を得てこれに飛びついた。これが検討不足で後で大変なことになった。

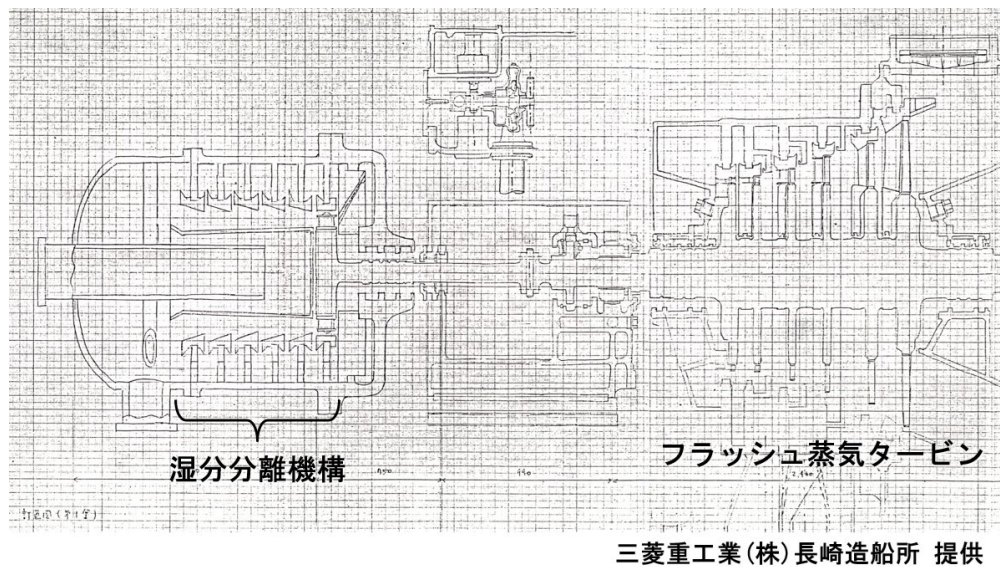


図22 熱水タービン湿分分離機構

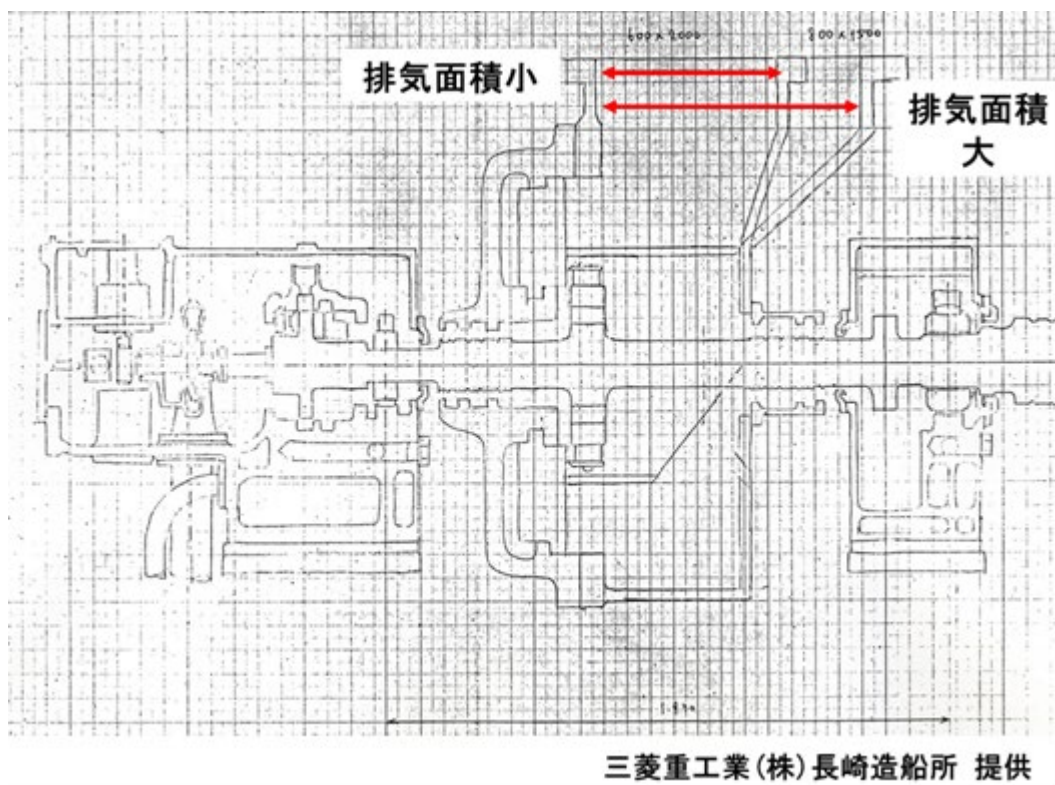


図23 熱水タービン排気室

熱水タービンはエロージョンを防止するために直径を押さえて周速が100 m/s程度になるようにした。動翼での蒸気通路の曲率を小さくするために動翼幅を大きくした。対エロージョン性を確認するために、3種類の動翼材を採用した。

写真3に熱水タービンのロータ、写真4に熱水タービンのノズル板を示す。写真5に熱水タービンの工場組立状況を示す。写真6に熱水タービン/フラッシュ蒸気タービンの工場組立状況を示す。

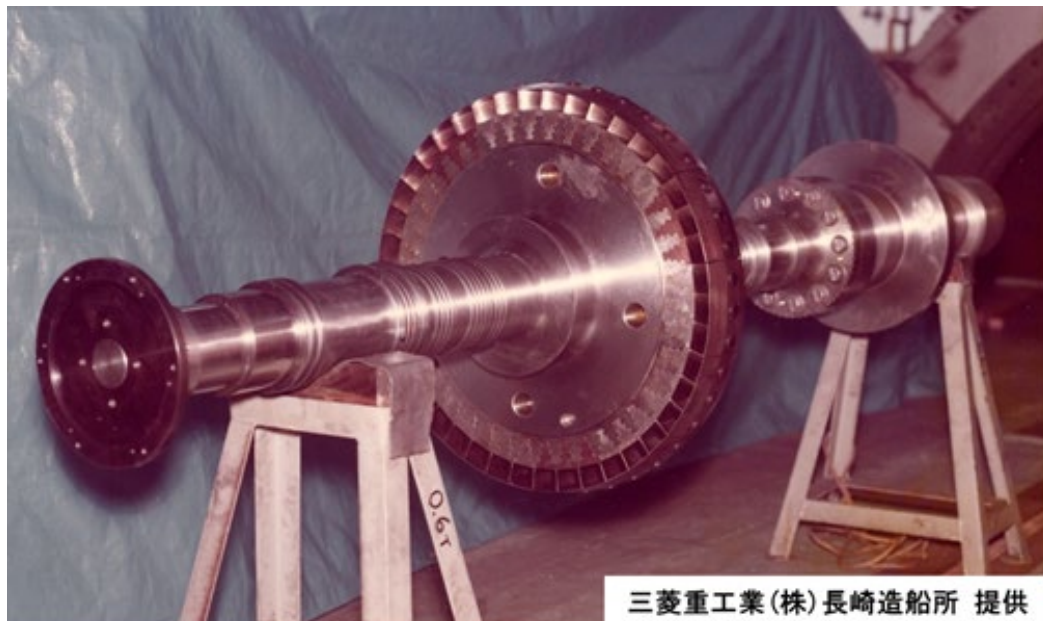


写真3 熱水タービンロータ

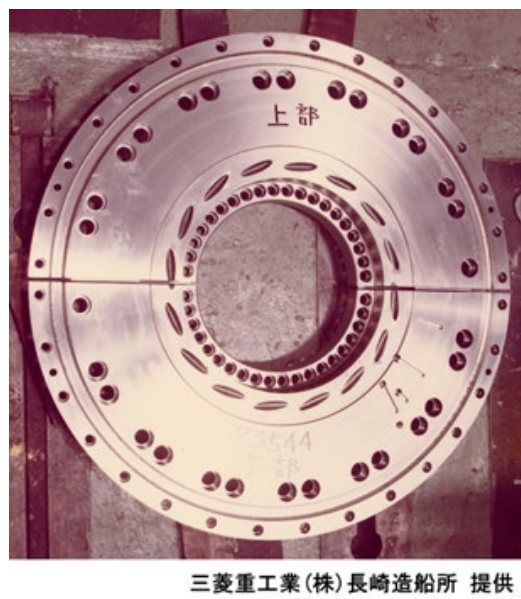


写真4 熱水タービンノズル板

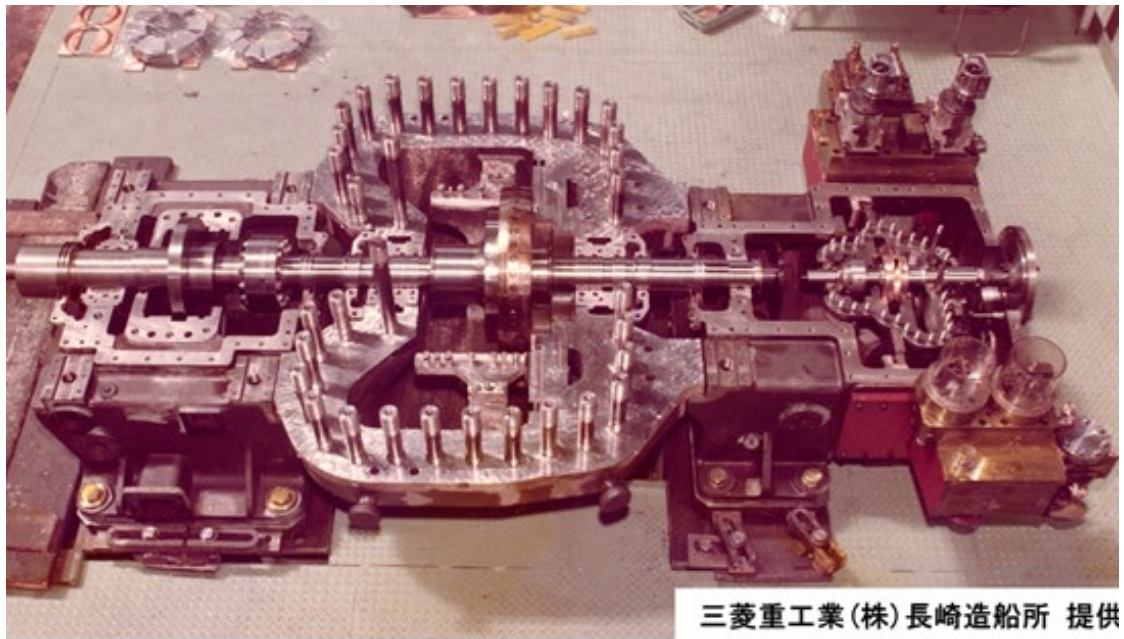


写真5 熱水タービン工場組立

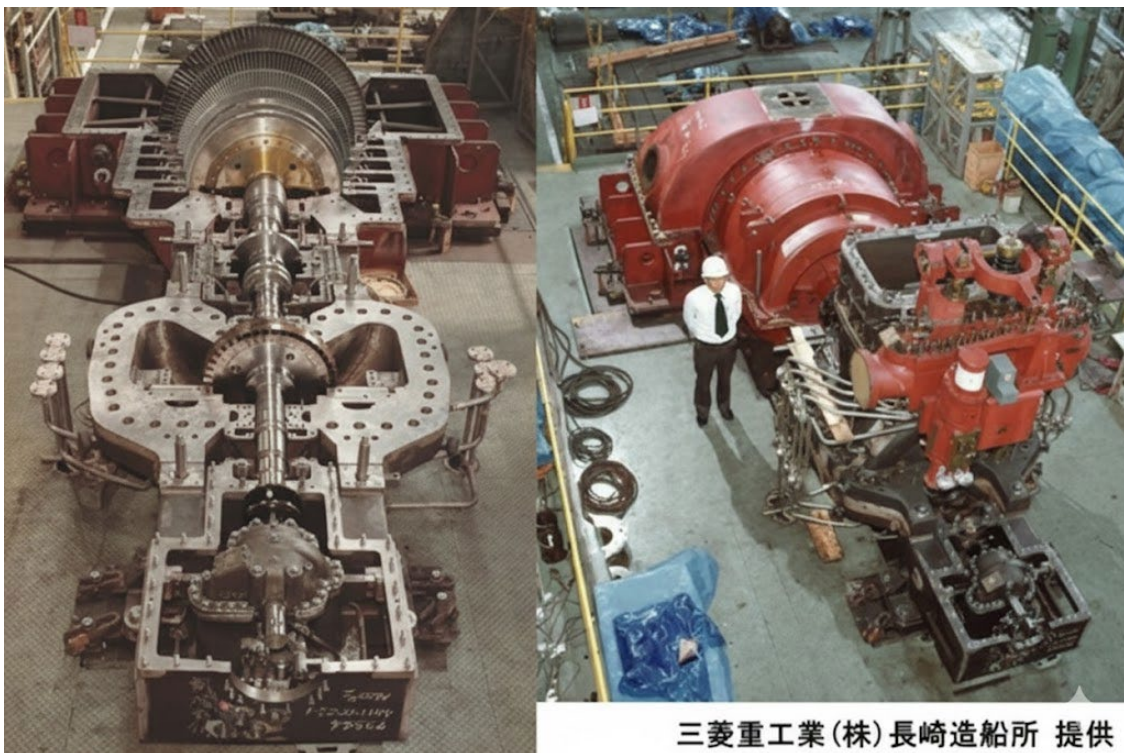


写真6 熱水/フラッシュ蒸気タービン工場組立

6. 熱水発電プラントの現地試運転

写真7に若松熱水発電プラントの全景を示す。画面右側が焼結設備である。画面中央奥が焼結冷却器、左方奥が熱水発生器である。画面中央手前はタービン建屋である。タービン建屋手前に縦型遠心式汽水分離器が写っているが、これは後述するように試運転開始後に追設されたものである。

昭和54（1979）年の3月から熱水発電プラントの現地試運転が開始されたが、トラブルが発生してスムーズには進まなかった。

（1）軸受焼損

初併入の直後に関係者が万歳をした後に、突然熱水タービンの前部軸受が焼損した。

熱水タービンのロータには対エロージョン性を考慮して12クロムロータ材を使用した。12クロム鋼には「マシニングウエア」を発生しやすいという特性がある。これは従来から知られていたことであるが、それを見逃していた。また、軸受の支持台が球面支持になっていなかったのも、少しのアライメント変化があった時に軸受がロータの傾きに依じて傾くことができずに片当たりをし易い構造であった。

対策として、軸受支持を球面支持に変更し、ロータのジャーナル部を削り込んでクロムメッキを施した。



【出典】新日本製鐵(株) 三菱重工業(株)「若松熱水発電所」

写真7 若松熱水発電プラント

2) 熱水タービン排気湿り度高

試運転を進めていく途中、50%負荷以上では熱水加減弁を開いても熱水/フラッシュ蒸気タービンの出力が増加しないという現象が生じた。車でいえばアクセルペダルを踏んでもクラッチが滑って車が加速しないような現象であった。

世界初の熱水タービンの中で何か異変が起こっているのではないかと疑った。復水流量を計測すると計画よりも多くなっていた。このことから熱水タービンの排気中の湿分が大きくなっているのではないかと推定された。

熱水タービンでは内車室を設けて、排気のうちの熱水を下部に落とし、蒸気は上部に流れて排気室に設置されたコルゲートプレートで湿分分離をするように考えていた。図24に熱水タービンの断面図と内車室の鳥瞰図を示す。この構造で熱水タービンの排気のうちの熱水と蒸気は重力によって整然と分離すると安易に考えていたが、それでは不十分であった。対策として内車室を図25のように、重力だけでなく遠心力を用いて蒸気と熱水を分離する構造に急遽改造した。しかしながら、これも現地での試運転では全く効果が見られなかった。

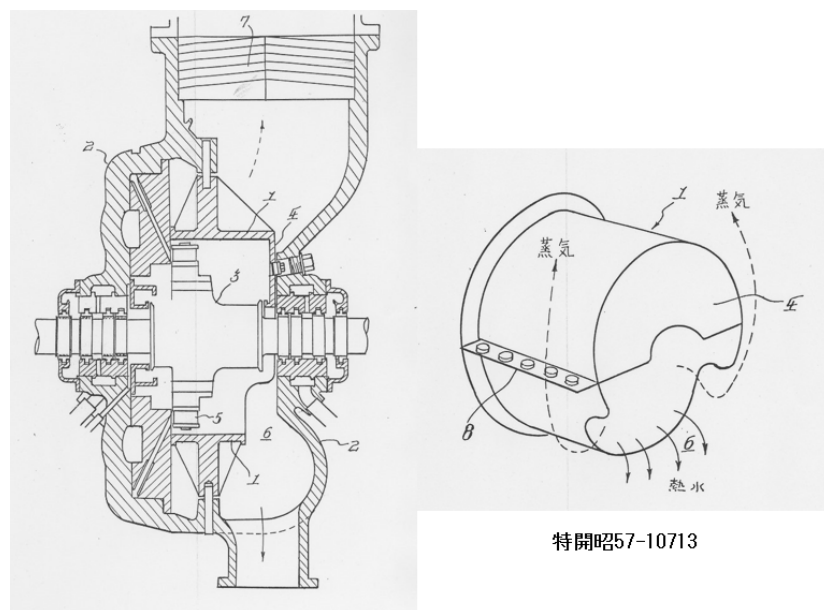


図24 熱水タービンと内車室

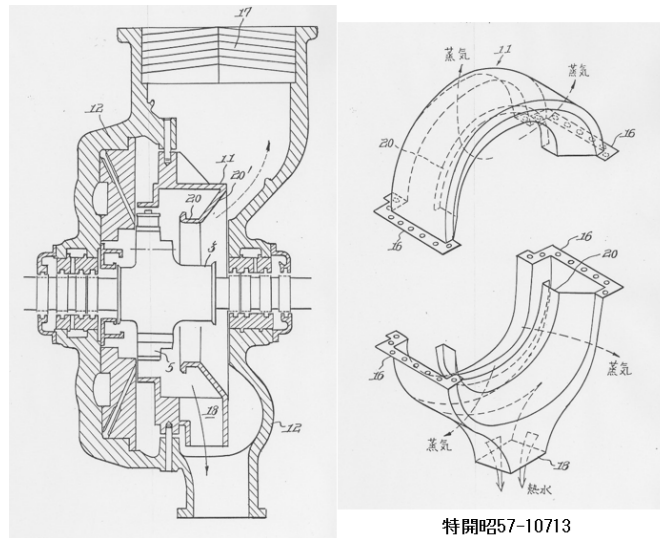
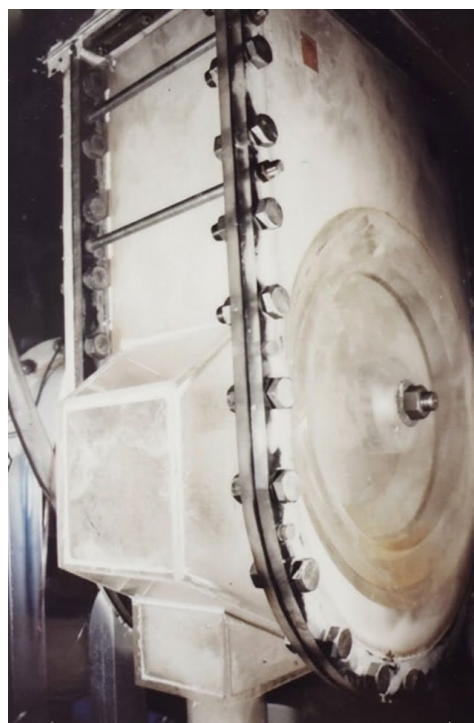


図25 改造後の熱水タービン内車室

そこで、熱水タービンの内部の状況を探るためにアクリル樹脂製の熱水タービン車室のモデルを製作して、水分を含んだ空気を流入させるシミュレーション試験を実施した。その状況を写真8に示す。熱水タービンの内部では想像を絶することが起こっていた。ここから得られた教訓は次の通りである。

[教訓1] 「自然現象は自然の法則に従う。人間が都合よく考えた通りではない」



三菱重工業(株)長崎造船所 提供

写真8 シミュレーション試験状況

内車室の改造の効果がなかったので、次はコルゲートプレートの改造を試みた。NGK（日本碍子（株））が高性能コルゲートプレートを開発していた。これを熱水タービンの排気室に設置していたオリジナルのコルゲートプレートと取り換えた。急遽改造して再度試運転を実施したがやはり結果は変わらなかった。さらに図26に示すように熱水タービン排気室に多数の縦型遠心式汽水分離器を設置する案も考えたが、これを実施する前に車室内の湿水分離器は諦めた。どの案も後から考えれば「苦し紛れの悪あがき」にすぎなかった。どのようなものを入れても「蒸気流速が下がらない限り湿分がキャリーオーバーする」というのが真相で、「車室排気口を広げない限り解決できない」ということによりようやく気が付いた。

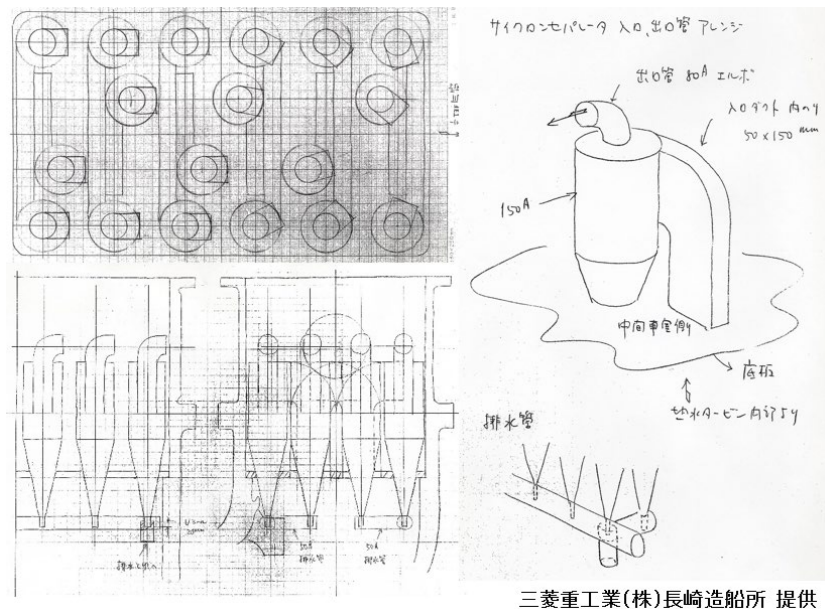


図26 縦型遠心式湿水分離器設置案

最初にコルゲートプレートが流速3m/sまで使用可能と聞いて飛びついたが、それは大気圧下でのことであった。負荷とともに熱水タービン排気圧力が上昇して行くことを考慮していなかった。50%負荷では圧力が3気圧まで上昇し、熱水と蒸気の密度差が縮まることにより湿分がキャリーオーバーし易くなって行くことを見落としていた。

そこで、一番最初に考えた縦型遠心式汽水分離器を追設することにした。タービン建屋内には設置スペースがないので屋外に設置した。初めからこうしておけばよかったのである。このことから得られた教訓は次の通りである。

[教訓2] 「新しいことをするときにはメイン以外は実績のあるものを使う」

縦型遠心式汽水分離器追設前は復水流量から推定してフラッシュ蒸気タービン入口蒸気湿り度は、熱水ノズル流量とともに大きくなり、定格ノズル流量付近では50%に及んでいた。一般に蒸気中の湿り度が1 %増えると内部効率が1 %低下すると言われているが、それが実運転で証明された。

図27に縦型遠心式汽水分離器追設後の熱水/フラッシュ蒸気タービンを示す。その後の試運転は順調に進んだ。通商産業省（当時：現在の経済産業省）の使用前検査を受検する時には製鉄所の操業を調整して溶鉱炉をフル稼働させ、焼結設備を定格運転することにしたが、平時は製鉄所の操業状況に応じて焼結プラントの定格運転がなく、排熱の定格運転条件を作ることができなかった。使用前検査の申請用に予備試験を実施してデータ取得する必要があるが、予備試験のために製鉄所の操業を調整することは難しいとのことであった。そこで考えたのが「高負荷シミュレーション試験」である。予めアキュムレーターに熱水を貯蔵しておき、短時間だけ熱水流量を定格に合わせて増加させる方法である。写真9にアキュムレーターを示す。アキュムレーターに蓄えた熱水を使用すれば、約5分間分の定格運転ができた。

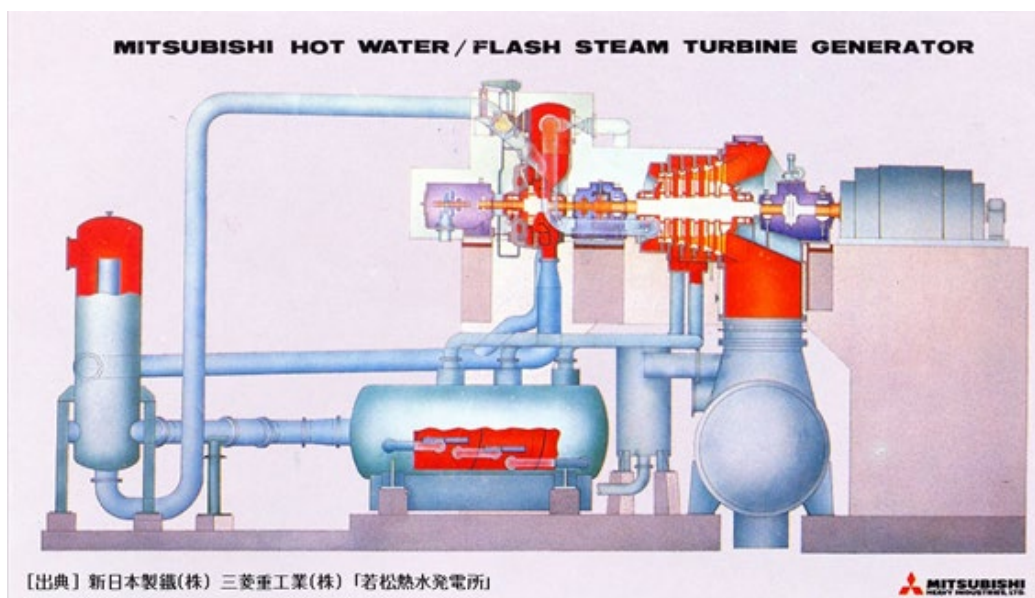


図27 熱水/フラッシュ蒸気タービン



【出典】新日本製鐵(株) 三菱重工業(株)「若松熱水発電所」

写真9 アキュムレーター

また、官庁試験は一発合格の要求があり本番で失敗するわけにはいかなかった。万一、熱水タービン排気管からの熱水/蒸気流出が滞った場合でも問題がないように、最初に考えた排気室内のコルゲートプレートを通る蒸気通路をバイパスとして使用できるようにした。こちら側だけでも50%負荷までは処理できることは実証済みであったからである。幸いに本番の使用前検査ではこのバイパスラインは使用する必要がなかった。「備えあれば憂いなし」である。

完成した熱水発電プラントの性能試験の結果、プラント効率は計画値を上回った。熱水タービンの内部効率も計画値の50%を上回る値が得られた。

7. 熱水発電プラントの部分負荷運転

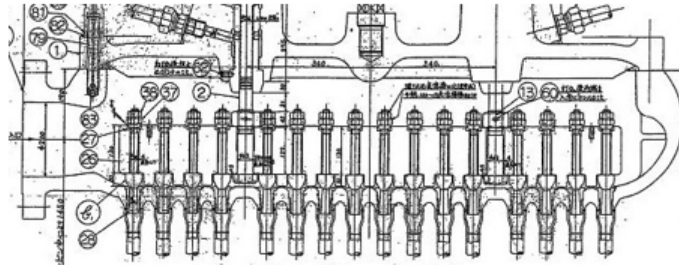
熱水発電プラントは定格負荷運転では熱水加減弁全開で運転する。熱水加減弁を通過した熱水はそのまま熱水タービンのノズルに流入する。

部分負荷では熱水の発生量が減少するのでそれに応じて熱水流入量を減少させる必要がある。このやり方に二つの方法がある。

(1) 熱水加減弁絞り運転

一つは、熱水加減弁を絞る方法である。熱水加減弁を絞ると蒸気が発生する。写真4に示すように熱水タービンには16個の熱水ノズルが設けられている。熱水加減弁で発生した蒸気が16個すべてのノズルに均等に流入するように、熱水加減

弁は熱水ノズルと同数の16個設け、各熱水加減弁出口から16本の熱水入口管を設けて各熱水ノズルに接続した。図28に熱水加減弁、写真10に熱水加減弁と熱水入口管を示す。



三菱重工業(株)長崎造船所 提供

図28 熱水加減弁



三菱重工業(株)長崎造船所 提供

写真10 熱水加減弁と熱水入口管

(2) 変圧運転

もう一つは、熱水加減弁は全開のままにして、熱水加減弁の入口圧力を低下させる方法である。アキュムレーターに蒸気出口を設けて、ここから蒸気を取り出すとアキュムレーター内部の圧力が制御できる。アキュムレーター内部の圧力をどのように制御するかが問題になる。

(2-1) アキュムレーター圧力制御方式

普通に考えられるのは熱水発生量を計測して、これに応じたアキュムレーター内部圧力をファンクションから求めて、アキュムレーター内部圧力がこの値になるように制御する方法である。これを図29に示す。アキュムレーター内部圧力は熱水タービン蒸気入口弁（図29の5）によって制御する。この弁を通してアキュムレーターから取り出した蒸気は熱水タービンの各ノズルの入口に設けられているアシスト蒸気入口に流入させる。これによりノズル効率が向上する余禄がある。

図29では熱水加減弁（図29の2）がアキュムレーターの熱水レベルを制御するようになっているが、アキュムレーター内部圧力が熱水タービン蒸気入口弁によってファンクション通りの値に制御されたら、熱水レベルは変化せず熱水加減弁は全開のままになるはずである。

(2-2) アキュムレーターレベル制御方式

(2-1) のアキュムレーター圧力制御方式を検討しているときに新しいアイデアが出て来た。この制御が上手く行ったら結果としてどうなるか？ 熱水発生量と同量の熱水が熱水タービンに流入すると結果としてはアキュムレーターの熱水レベルが変化しないことになる。熱水加減弁は全開で熱水タービン蒸気入口弁によってアキュムレーターの圧力ではなく熱水レベルを制御すればよいのではないか？ これを図30に示す。こうすれば熱水発生量とアキュムレーター内部圧力のファンクションも不要である。

これを実行した結果はアキュムレーター圧力制御よりスムーズに行った。正に「Simple is Best」である。

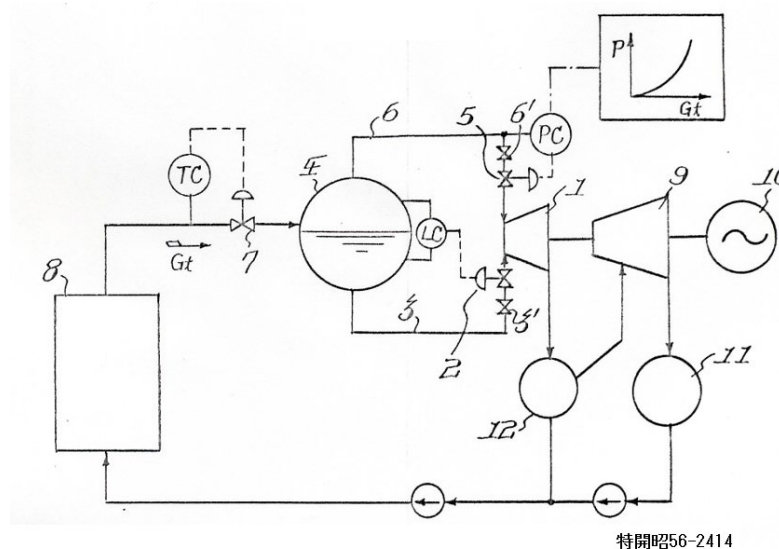


図29 アキュムレーター圧力制御方式

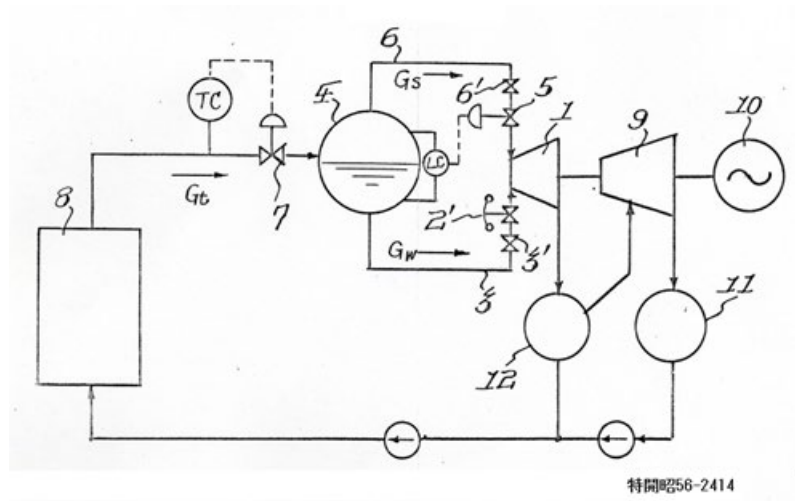


図30 アキュムレーターレベル制御方式

8. おわりに

半世紀前に実施した世界初の熱水タービン開発の思い出を振り返った。若松熱水発電プラントは昭和63（1988）年まで稼働し、従来は捨てられていた排熱からエネルギーを回収した。現在では焼結設備は既に撤去され、その跡地は北九州エコタウンの一部になっている。熱水タービンならびに熱水発電プラントの開発に当たった経験が些かなりとも参考になれば幸いである。

<参考文献>

- 1) 池田忠治、福田征孜、「排熱回収用熱水タービン」、日本機械学会誌、第83巻、第745号、（1980 - 12）
- 2) 福田征孜、井手康人、「熱水発電プラントの開発」、火力原子力発電◆九州、Vol. 25、No. 3、pp.1 - 8、（1985 - 2）
- 3) 竹永久邦、倉元靖夫、福田征孜、藤川卓爾、「熱水タービン性能推定法に関する研究（タービン性能）」、日本機械学会論文集（B編）、第56巻、第522号、（1990 - 2）
- 4) 竹永久邦、倉元靖夫、福田征孜、藤川卓爾、「熱水タービン性能推定法に関する研究（第1報 ノズル単独性能）」、日本機械学会論文集（B編）、第55巻、第512号、（1989 - 4）
- 5) 竹永久邦、倉元靖夫、福田征孜、藤川卓爾、「熱水タービン動翼性能に関する研究」、日本機械学会論文集（B編）、第55巻、第519号、（1989 - 11）

潮汐バルジ、地球と月の運動

新田敏夫 (S33/1958卒)

1 はじめに

月は地球からだんだん遠ざかっている。この運動を「万有引力と遠心力の釣り合い」と「角運動量保存則」を使って解析すると、地球と月の距離が60万km近くで月と地球の自転速度と公転速度がすべて同じになる終局状態に向かっていることがわかる。しかし解析できるのは距離的経過であって、時間的経過はわからない。

本稿では潮汐バルジの考え方を使って、この時間的経過を解析してみる。

2 システム

地球/月の配置をx-y-z空間でFig-1とする。z方向が北である。

地球と月はいずれも地球/月系重心を通るz軸に平行な回転軸の周りをz軸上方から見て反時計回りに ω_m で公転している。地球はその中心を通るz軸の回りを反時計回りに ω_e で自転している。

地球/月系重心は；

$$M_e \cdot L_e = m \cdot L_m = m \cdot (L - L_e)$$

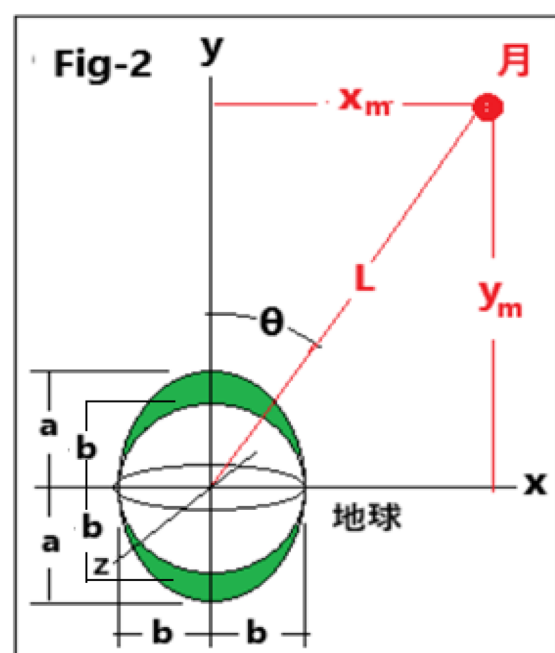
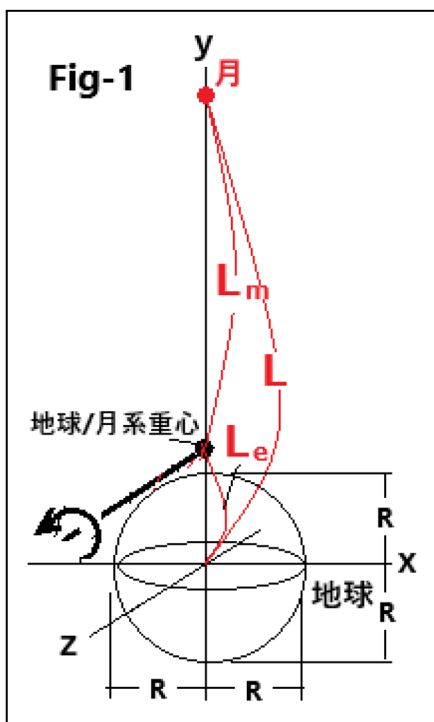
$$L_e = m / (m + M_e) \cdot L \quad \text{Eq-1a}$$

$$L_m = L - L_e = M_e / (m + M_e) \cdot L \quad \text{Eq-1b}$$

$$L = L_e + L_m \quad \text{Eq-1c}$$

M_e & m は地球と月の質量、 L は地球と月の距離を示す。それらの数値はTable-1 & 2参照。

地球/月系重心は実際には地球内にあるが図が見やすいよう外に置いている。



地球を均質な弾性球体と考えているから、地球に働く月の引力と地球公転による遠心力に引き伸ばされてFig-2のように回転楕円体となる。

この変形は本システムでは地球本体の弾性変形によるものであるが、実際の地球では海水の干満も同じような効果を与える。

これらの変形にはある程度の時間がかかるので、回転楕円体の中心軸（=y軸）

はFig-2のように月の方向から角度： θ だけ遅れる。

これらの現象を潮汐バルジという。（詳細は第7節参照）

角度 θ は実際には非常に小さいがFig-2では説明のため大きくしてある。

3 記号・数値

本稿で利用する記号、数値は次の通り；

3.1 不変数値

Table-1は時代により変動しない数値；

Table-1

項目	記号	不変の数値	単位
万有引力定数*1	G	8.69603E-13	km ³ / kg/hr ²
月半径	r	1737	km
月質量	m	7.34800E+22	kg
地球質量	M _e	5.97200E+24	kg
地球平均密度	ρ	5.51000E+12	kg/km ³
地球半径 *2	R	6.37226E+03	km

*1 万有引力定数はWikipediaでは、 $G=8.64989E-13$ であるが、システムを単純化しているためかその値では第4節の角運動量保存則に若干のズレを生ずるので微調整して上の値を使って釣り合わせることにする

*2 M_e/ρ が地球の体積。半径：Rの球体として；

$4/3 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho = M_e$ によりRを算出 注：測定値ではない

3.2 変動データ

時代により変動する数値 表示は現代の数値

Table-2

項目	記号	現代の数値	単位
月の自・公転速度*1	ω_m	9.62057E-03	rad/hr
月と地球の距離	L	384400	km
地球自転速度*2	ω_e	2.62516E-01	rad/hr
地球の公転速度*3	ω_m	月の自・公転速度と同じ	
月の遠のく速度*4	dL/dt	4.34692E-09	km/hr

注：地球の自転周期は、23.93444 hr(=23時間56分4秒=1日)

月の自転&公転周期、地球の公転公転周期は653.098 hr(=27.287日)

- *1 $\omega_{m_0} = 2 * \pi / (27.287 * 23.93444) = 9.62057E-03 \text{ rad/hr}$
- *2 $\omega_{e_0} = 2 * \pi / 23.93444 = 2.62516E-01 \text{ rad/hr}$
- *3 5.1項参照 地球の公転周期=月の自転周期=月の公転周期
- *4 現在月は3.8cm/年で遠ざかっている：
 $(dL/dt)_0 = 3.8/100/1000/(365.24 * 23.93444) \text{ km/hr} = 4.34692E-09$

4 万有引力と遠心力の釣り合い Fig-1参照

月と地球の間にはEq-2の万有引力が働く；

$$\text{万有引力} = G * m * M_e / L^2 \quad \text{Eq-2}$$

地球と月の遠心力は；

$$\text{地球の遠心力} = \text{月の遠心力} = m * M_e / (m + M_e) * L * \omega_m^2 \quad \text{Eq-3}$$

月と地球は万有引力：Eq-2と遠心力：Eq-3が同じになることで釣り合っている：

$$G * m * M_e / L^2 = m * M_e / (m + M_e) * L * \omega_m^2$$

$$\omega_m = [G * (m + M_e)]^{0.5} / L^{1.5} \quad \text{Eq-4}$$

両辺をLで微分して；

$$d\omega_m/dL = -1.5 * [G * (m + M_e)]^{0.5} / L^{2.5} \quad \text{Eq-5}$$

$$d\omega_m/dt = -1.5 * [G * (m + M_e)]^{0.5} / L^{2.5} * dL/dt \quad \text{Eq-6}$$

5 運動量保存の法則 Fig-1 & 2参照

地球と月それぞれの自転/公転の角運動量を合計した「地球-月システム」の

角運動量： K_{em} は常に一定である。これを「運動量保存の法則」という。

慣性モーメントと角運動量は；

$$\text{月自転慣性モーメント} \quad I_{mj} = 0.4 * m * r^2$$

$$\text{月自转角運動量} \quad U_{mj} = I_{mj} * \omega_m = 0.4 * m * r^2 * \omega_m$$

$$\text{月の公転慣性モーメント：see Eq-1b} \quad I_{mk} = m * L_m^2 = m * [M_e / (m + M_e)]^2 * L^2$$

$$\text{月の公转角運動量} \quad U_{mk} = I_{mk} * \omega_m = m * [M_e / (m + M_e)]^2 * L^2 * \omega_m$$

$$\text{地球の自転慣性モーメント 第6節参照} \quad I_{ej} = 0.2 * M_e * (a^2 + b^2)$$

$$\text{地球の自转角運動量 第6節参照} \quad U_{ej} = I_{ej} * \omega_e = 0.2 * M_e * (a^2 + b^2) * \omega_e$$

$$\text{地球の公転慣性モーメント} \quad I_{ek} = M_e * L_e^2 = M_e * [m / (m + M_e)]^2 * L^2$$

$$\text{地球の公转角運動量} \quad U_{ek} = I_{ek} * \omega_m = M_e * [m / (m + M_e)]^2 * L^2 * \omega_m$$

$$\text{月-地球システムの総角運動量} \quad K_{em} = U_{mj} + U_{mk} + U_{ej} + U_{ek}$$

$$K_{em} = 0.2 * M_e * (a^2 + b^2) * \omega_e + [0.4 * m * r^2 + m * M_e / (m + M_e) * L^2] * \omega_m \quad \text{Eq-7}$$

K_{em} の値は時代によらず一定値なので現代の数値を適用して；

$$K_{em} = 1.28652E+32 \quad \text{Eq-7a}$$

Eq-7を変形して；

$$\omega_e = [5 * K_{em} - [2 * m * r^2 + 5 * m * M_e / (m + M_e) * L^2] * \omega_m] / (a^2 + b^2) / M_e \quad \text{Eq-8}$$

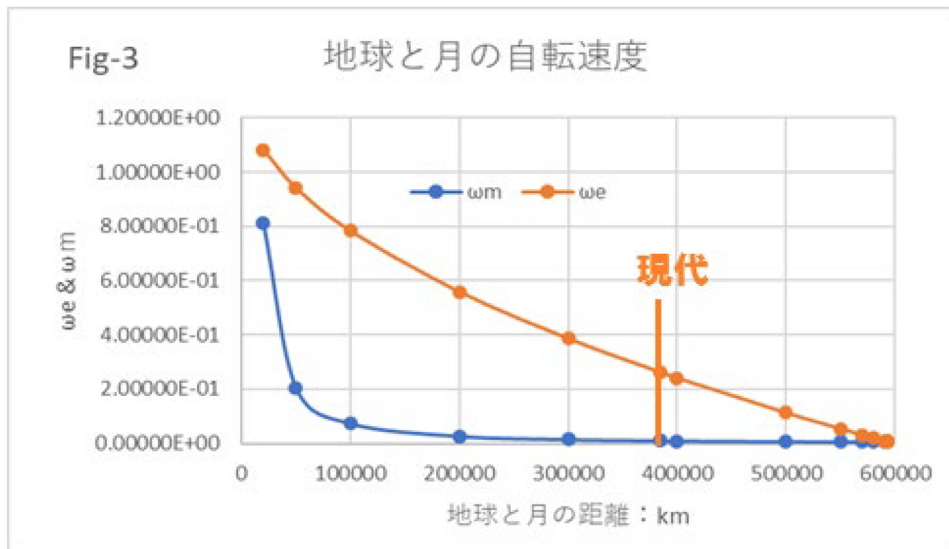
Eq-4により地球と月の距離：Lに対する月の公転速度=自転速度： ω_m が求められ、さらにEq-8により地球の自転速度： ω_e が求められる。

地球と月の最終距離： L_{end} では $\omega_e = \omega_m$ となるべきことから下表参照して；

$$L_{\text{end}} = 5.93016\text{E}+05 \quad \text{Eq-9}$$

地球と月の距離	月の自転速度 Eq-4	地球の自転速度 Eq-8	
L km	ω_m	ω_e	$\omega_e - \omega_m$
20000	8.10645E-01	1.08293E+00	2.72286E-01
50000	2.05079E-01	9.42471E-01	7.37392E-01
省略			
384400	9.62057E-03	2.62516E-01	2.52896E-01
400000	9.06329E-03	2.41146E-01	2.32082E-01
省略			
593016.1	5.02084E-03	5.02085E-03	1.53446E-08
593016.1139	5.02084E-03	5.02084E-03	-4.37411E-15
	$\omega_m \doteq \omega_e$		

$$\omega_m \doteq \omega_e$$



以上により地球と月が過去から現在に至り、更に L_{end} に至るのが距離的には理解できる。ただしこの解析では時間的变化はわからない。

$L = L_{\text{end}}$ に達すると、月と地球の関係がそれ以上変化しなくなる。

現代の月が地球から遠ざかる速度の測定値はTable-2に示すように；

$$3.8\text{cm/年} = 4.34692\text{E-09 km/hr、すなわち；}$$

$$(dL/dt)_0 = 4.34692\text{E-09 km/hr}$$

L_{end} において $dL/dt = 0$ となる。これらの条件を踏まえて、 dL/dt はEq-10と表す；

$$dL/dt = (dL/dt)_0 * [(L - L_{\text{end}}) / (L_0 - L_{\text{end}})]^2 \quad \text{Eq-10}$$

6 潮汐バルジ

潮汐バルジを考えると地球と月の関係はFig-2のようになることはすでに第2節で述べた。

半径：Rの球体である地球が月の引力と地球の遠心力によって引き伸ばされて、長径a、短径bの回転楕円体になるのであるからその変形量：a-RはEq-11のように月と地球の距離の2乗に逆比例する。

$$a-R=(a_0-R)*L_0^2/L^2$$

$$a=R+(a_0-R)*L_0^2/L^2 \quad \text{Eq-11}$$

$$a_{\text{end}}=R+(a_0-R)*L_0^2/L_{\text{end}}^2 \quad 6.37226\text{E}+03$$

Fig-1の球体とFig-2の回転楕円体は体積が同じだから； $a*b^2=R^3$ 、すなわち、 $b=(R^3/a)^{0.5}$ Eq-12

$$b_{\text{end}}=(R^3/a_{\text{end}})^{0.5}= \quad 6.37225\text{E}+03$$

計算を進める上でa&bの値をどうするかわからないので、 $a_0-R=0.01\text{km}$ (=10m)と0.1km (=1000m) の2通りで計算してみると同じ結果となることが分かった。初期条件(=現代)によってa-Rが大きければ θ が小さくなり同じ計算結果となるからである。よって a_0 & b_0 の値は前者の場合を採用しTable-3とする。

Table-3

		現代の数値	単位
地球回転楕円体長径	a_0	6.37227E+03	km
地球回転楕円体短径	b_0	6.37225E+03	k m

Eq-8をLで微分して；

$$d\omega_e/dL=[-10*m*M_e/(m+M_e)*L*\omega_m \quad \text{※} \quad -[2*m*r^2+5*m*M_e/(m+M_e)*L^2]*d\omega_m/dL]/(a^2+b^2)/M_e \quad \text{Eq-13}$$

$$d\omega_e/dt=[-10*m*M_e/(m+M_e)*L*\omega_m \quad \text{※} \quad -[2*m*r^2+5*m*M_e/(m+M_e)*L^2]*d\omega_m/dL]*dL/dt/(a^2+b^2)/M_e \quad \text{Eq-14}$$

現代の月はTable-2 *4 に示すように3.8cm/年(=4.33505E-09 km/hr)という速度で地球から遠ざかっている。地球と月の距離が、 $L=L_{\text{end}}$ に達すると、それ以上遠ざからないことを、第5節で説明した。

第2節で地球と月の関係が潮汐バルジによってFig-2のようになることを述べた。Fig-1の状態であれば地球は月から見てsymmetryであるから月の引力が地球の回転に影響を与えることはない。Fig-2の状態であっても $\theta=0$ であれば月から見て地球はsymmetryであるから同様である。

$\theta \neq 0$ の場合でも、地球の白い球体部分は同様であるが、緑ヘルメット部分は月からの距離が異なるので月の引力が地球の自転に影響を与える。

$$M_t = M_{ta} + M_{tb} = -k[\sin(\theta + \varepsilon_a)F_a - \sin(\theta - \varepsilon_b)F_b]$$

$$M_t/I_{ej} = -k[\sin(\theta + \varepsilon_a)F_a - \sin(\theta - \varepsilon_b)F_b]/I_{ej}$$

$$M_t/I_{ej} = -kGmM_g[\sin(\theta + \varepsilon_a)/L_a^2 - \sin(\theta - \varepsilon_b)/L_b^2]/I_{ej} \quad \text{Eq-25}$$

M_t/I_{ej} が地球の自転を減速する原動力であり、その値がEq-17の $d\omega_e/dt$ の値に一致という条件から θ が求められる；

$$d\omega_e/dt = M_t/I_{ej} \quad \text{Eq-26}$$

8 地球の公転による遠心力

Fig-5において①の地球は月との重心：●の周りを②-③---⑧と角速度： ω_m 反時計周りに公転。自転は地球中心：●の周りで反時計回り。地球①の公転による遠心力は自転回転がゼロの状態の遠心力である。すなわち●を中心に公転と同じ角度だけ ω_m で時計回りの自転してる地球の遠心力がそれである。

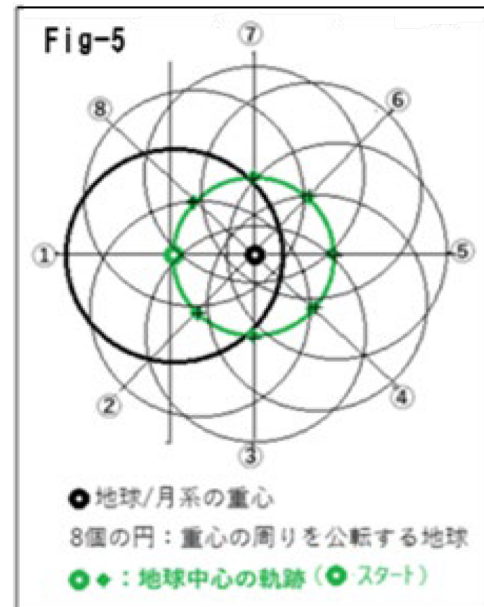
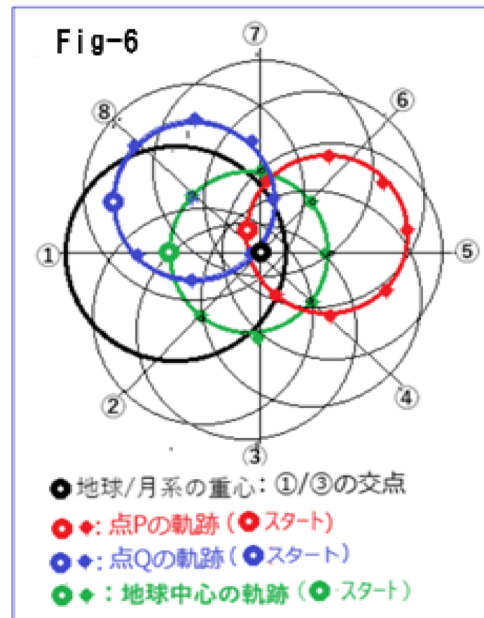


Fig-6において①の地球の任意の2点P: ●とQ: ●について考えるとそれぞれ青の円、赤の円に沿って移動している。P&Qは任意の点であるから、①の地球のすべて点は地球中心の移動を示す緑の丸と同じ速度、同じ大きさの円運動をしていることがわかる。

その回転速度は地球公転速度: ω_m 、
回転半径は●と●の距離；

$$L_e = m/(m+M_e)*L$$

$$L_m = L - L_e = M_e/(m+M_e)*L$$



よって①の位置にある地球全体の遠心力は；

$$\text{地球の遠心力} = M_e * L_e * \omega_m^2 = m * M_e / (m + M_e) * L * \omega_m^2$$

この遠心力と釣り合うのはFig-1の月の遠心力である。

$$\text{月の遠心力} = m * L_m * \omega_m^2 = m * M_e / (m + M_e) * L * \omega_m^2$$

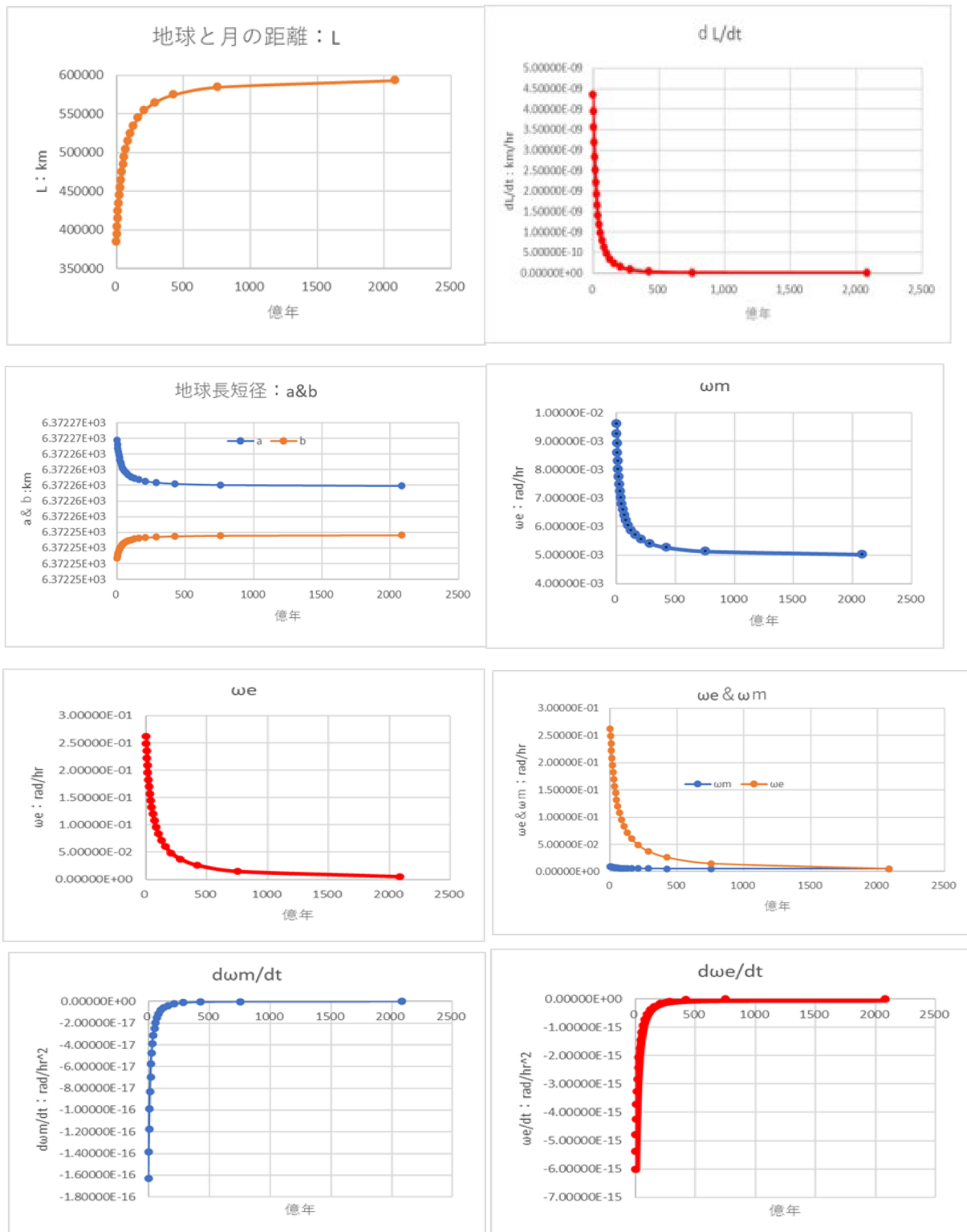
すなわち月と地球の遠心力は同じなので区別することなくEq-27で表せる。

$$\text{地球の遠心力} = \text{月の遠心力} = m \cdot M_e / (m + M_e) \cdot L \cdot \omega_m^2$$

Eq-27

9 計算結果

計算結果の数値をここに記載するのは冗長であるので、数値をグラフ化して次ページに示す。



計算結果総括

- a 現代の地球－月システムは地球と月の距離が2084億年後に $L_{\text{end}}=2064\text{km}$ に到達し、以後その状態を継続する。
- b いずれの変化も2084億年後の L_{end} まで続くがその大部分は現代から500億年以内
に起こる。500億年を超えた機関の変化量はわずかである。
- c この計算は L_{end} に至るまで「地球と月のシステムに影響を与える天変地異が起こ
らなければ」という前提である。実際には彗星や黒色太陽など各種の変化が予想
されているから単に現代を前提とした仮想計算である。

短信編集委員会より：本記事はMicrosoft Excelにより作成、寄稿
されましたので、画像として掲載しています。

明石研・熊本研同窓会開催報告

岡田吉生 (S56/1981卒)

西原 修 (S59/1984卒)

京機短信407号(8月号)の紙面を借りて案内していた標記同窓会ですが、烏丸高辻東入の日航プリンセス京都2階、レストラン嵯峨野を会場として、予定通り、11月1日(土)に開催されました。熊本博光名誉教授を含めて14人の参加を得て、参加者全員から近況報告などが行われました。コロナ禍の影響による延期があったため、前回から7年経過した時点での開催となりました。



本件に関するお問い合わせなどについては、info@akashiken.com までメールにてお寄せいただくようお願い致します。

